

KMAP ゲイン最適化による多目的飛行制御設計

2017 (H29). 9. 5

KMAP (ケーマップ) 研究会 片柳亮二

多目的飛行制御設計の方法としては、 H_∞ 制御，LMI による制御，遺伝的アルゴリズム (GA) を用いた最適化など各種方法が研究されていますが，いずれも数学的に難解であることから，一般のエンジニアが簡単に利用するにはなかなか難しい方法と考えられます．

飛行制御の設計問題の場合には，求めるフィードバックゲインはせいぜい 4～5 個程度であるため，ここで述べる“KMAP ゲイン最適化”の方法を用いることが有効です．しかも，多目的飛行制御系のフィードバックゲインも簡単に求めることができます．

KMAP ゲイン最適化法では，Z 接続法¹⁾ という方法によって制御系を構成します．これは制御系の各要素の入出力に Z 番号を与えて，それらを接続することでフィードバック制御系を構成するもので，フィルタやフィードバックゲインを挿入した複雑な制御系を簡単な操作で構成することができます．

KMAP ゲイン最適化法¹⁾ とは，制御系内のフィルタやフィードバックゲインの組み合わせを設定して，制御系における多目的の特性値を計算して最適解を求める方法です．ゲインの組み合わせ設定の方法としては，フィルタやゲインを適当に組み合わせで最適解を求めてもよいわけですが，これでは効率が悪いので，本手法では乱数を用いてゲインの組み合わせを作り，繰り返し計算にて最適な解を求めるモンテカルロ法といわれる方法です．繰り返し回数は 100 万回ですが，一般的なパソコンで数分程度が解が得られます．

以下，推力ベクタリングによるホバリング飛行の例題にて，KMAP ゲイン最適化の方法について説明します．

1. 推力ベクタリングによるホバリング飛行の運動方程式

例題として、図 1.1 に示すように、推力ベクタリングによってホバリング飛行させる場合に、以下に示す多目的飛行制御設計問題として制御則を設計する。

図 1.1 において、傾き角を θ 、推力ベクタリング角を δ 、質量 $m=3.0$ (kg)、距離 $l=1.0$ (m)、重心まわりの慣性モーメントは、 $I=3.5$ (kg \cdot m²) とする。このとき、運動方程式は次のように表される¹⁾。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = A_p \begin{bmatrix} x_1 \\ \theta \\ \dot{x}_1 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + B_1 w + B_2 \cdot u, \quad z = \theta = C_1 x \quad (1.1)$$

ここで、右辺の行列は次のようである。

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \\ -\frac{mgl}{I} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

いま、 m, l, I の値を挿入すると、次のようになる。

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 9.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.8 \\ -7.84 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

また、 B_1 および C_1 行列は次とする。

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \quad (1.4)$$

この制御対象の極・零点は次のようである。

$$\begin{cases} \text{極} & : s=0, 0, 0, 0 \\ x/z_1 \text{の零点} & : s=\pm 2.80 \\ \theta/z_1 \text{の零点} & : s=0, 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

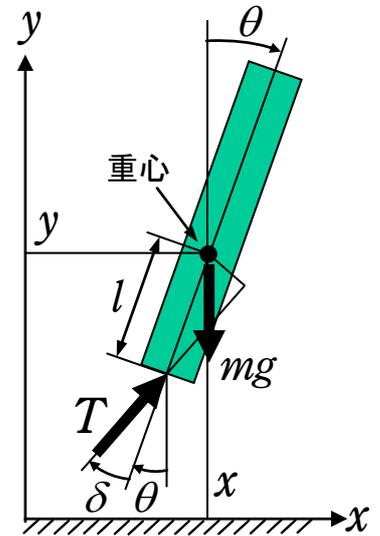


図 1.1 ホバリング飛行

2. 多目的飛行制御設計(その1)

(1.5)式に示したように、ホバリング飛行体は原点に極が4個あり、 θ/z_1 の零点は原点に2個あるため、 θ を単独でフィードバックすると原点に極が2個留まってしまい安定化がうまくいかない。そこで、図2.1に示すように、制御対象の状態変数4個全てをフィードバックして安定化を図ることを考える。図2.1の状態変数Z6~Z9に対するゲイン $G_1 G_2 G_3 G_4$ は飛行体の状態フィードバックのゲインである

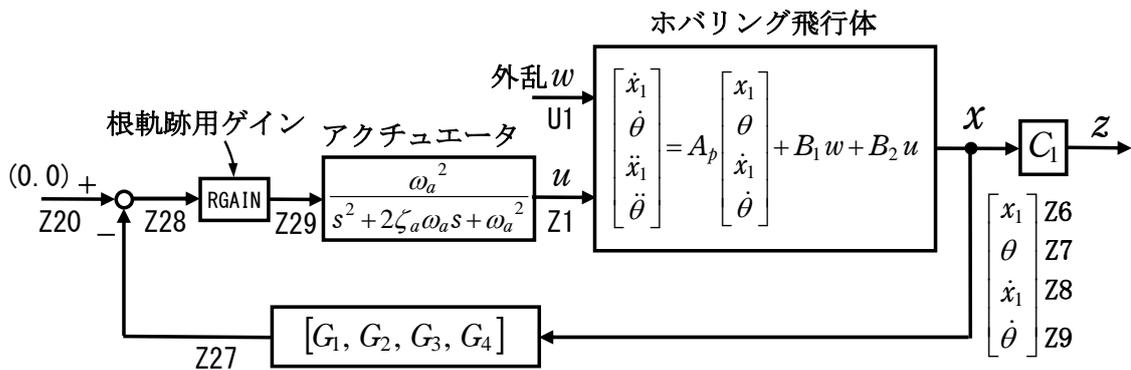


図 2. 1 推力ベクタリングによるホバリング飛行体の制御系

ここでは、制御系の設計目的として次を考える。

設計目的①：アクチュエータを考慮する

設計目的②：振動極を左 45° のライン上に配置して安定化する

これらの設計目的をKMAPゲイン最適化法¹⁾によって実現する。評価関数 J は次式である。

$$J = \sum_{i=1}^n (\zeta_i - 0.7071)^2 - \text{重み係数} \times \sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2} \quad (2.1)$$

ここで、 ζ_i はラプラス平面の上半面の極の減衰比である。また、実数極の場合は $\zeta_i=1$ としている。式内の数字の0.7071は、左 45° ライン上にある極の減衰比である。重み係数は、極位置をなるべく原点から遠い位置にして応答を速めるためのものである。 $\sigma_i + j\omega_i$ は極位置を表すが、極が実軸上の場合には重み係数を1/10としている。

この探索範囲によるKMAPゲイン最適化の結果、次のようにフィードバックゲインが求められる。

$$\begin{aligned} G_1 &= -2.074 \text{ [deg/m]}, & G_2 &= -7.778 \text{ [deg/deg]} \\ G_3 &= -1.452 \text{ [deg/(m/s)]}, & G_4 &= -2.852 \text{ [deg/(deg/s)]} \end{aligned}$$

図 2.2 は、極の存在範囲である．図中の●の点が最適な極位置を表す．

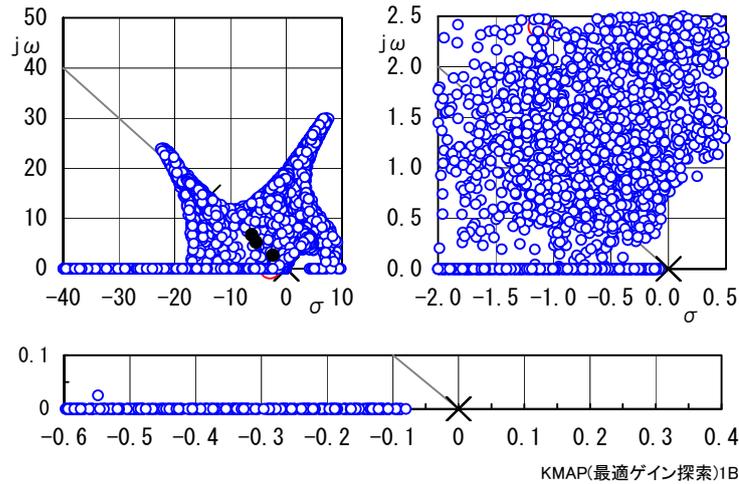


図 2.2 最適ゲイン探索
(EIGE. ホバリング(状態 FB5A). Y170905. DAT)

ここで，探索された最適ゲインを用いて，根軌跡を表示すると図 2.3 のようになる．極が安定となっている(小さな○印)ことがわかる．なお，小さな□印はゲインを 2 倍にした場合で，虚軸上近くに極がくることから，ゲイン余裕が 6dB 以上あることを示している．

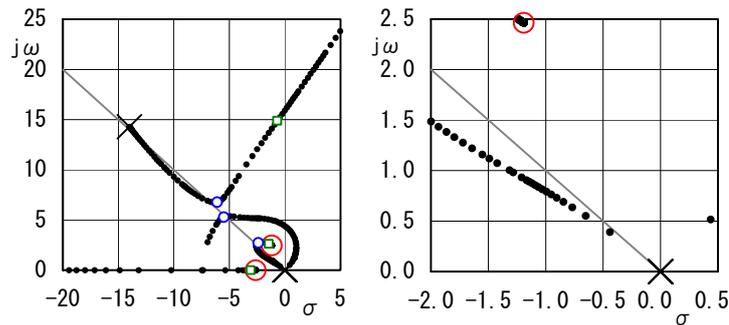


図 2.3 根軌跡

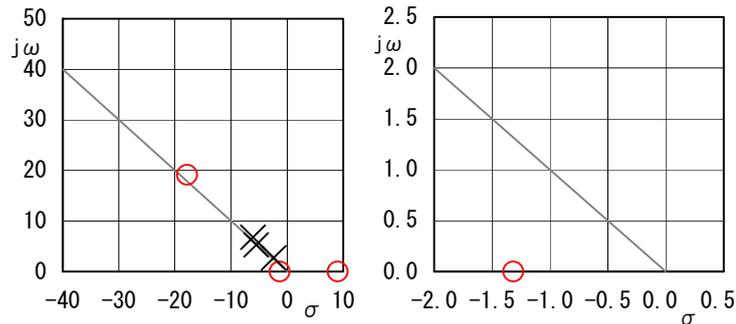


図 2.4 θ/w の極・零点配置

図 2.4 は， θ/w の極・零点配置である．原点にあった極は安定側に移動し，しかも左半面 45° ライン上に非常に安定な配置になっていることがわかる．

図 2.5 は、 θ/w のゲインと位相である。この伝達関数はスカラーであるので、このゲインは特異値に等しいものである。この図からゲインの最大値は 10dB である。

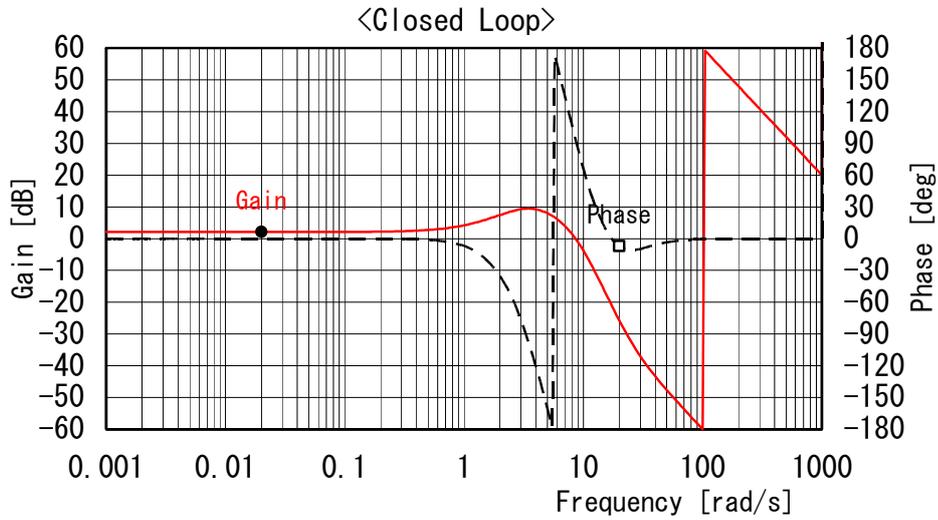


図 2.5 θ/w のゲインと位相

図 2.6 は、外乱入力時のシミュレーションである。外乱終了後には角度 θ 、位置 x_1 ともに元の状態に戻っていることがわかる。

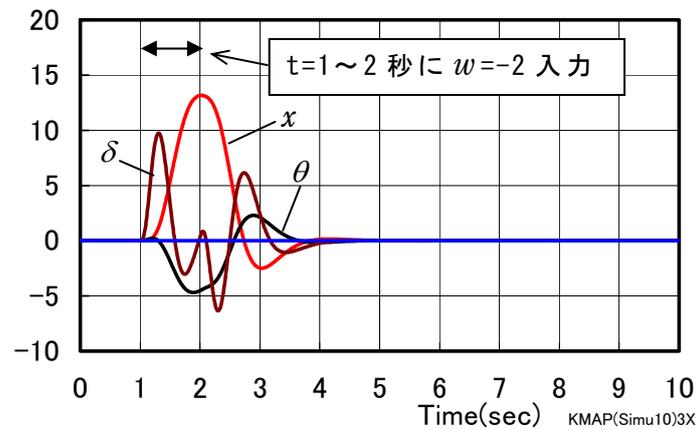


図 2.6 外乱入力シミュレーション
($w=1$ あたり $\dot{\theta}=-10\text{deg/s}^2$ の外乱)

3. 多目的飛行制御設計(その2)

同じく図 2.1 の飛行体の状態フィードバック制御系について，次の多目的飛行制御設計問題を考える．

設計目的①：アクチュエータを考慮する
 設計目的②：制御系を安定化する
 設計目的③：外乱から姿勢角応答の H_{∞} ノルムを 5dB 以下にする

ここで，②の仕様は次のように扱う．伝達関数の特異値の最大値 H_{∞} ノルムは，伝達関数がスカラーのときは， $|G(j\omega)|$ (周波数特性のゲイン) であるから，KMAP ゲイン最適化によるフィードバックゲインを選ぶ際に，外乱 w に対するピッチ角 θ の伝達関数 $G_{\theta w}$ のボード線図のゲインの最大値を 5 (dB) とする．

KMAP ゲイン最適化の結果，次のようにフィードバックゲインが求められる．

$$\begin{aligned} G_1 &= -0.2179 \text{ [deg/m]}, & G_2 &= -4.387 \text{ [deg/deg]} \\ G_3 &= -0.5306 \text{ [deg/(m/s)]}, & G_4 &= -1.639 \text{ [deg/(deg/s)]} \end{aligned}$$

図 3.1 は，極の存在範囲である．図中の●の点が最適な極位置を表す．

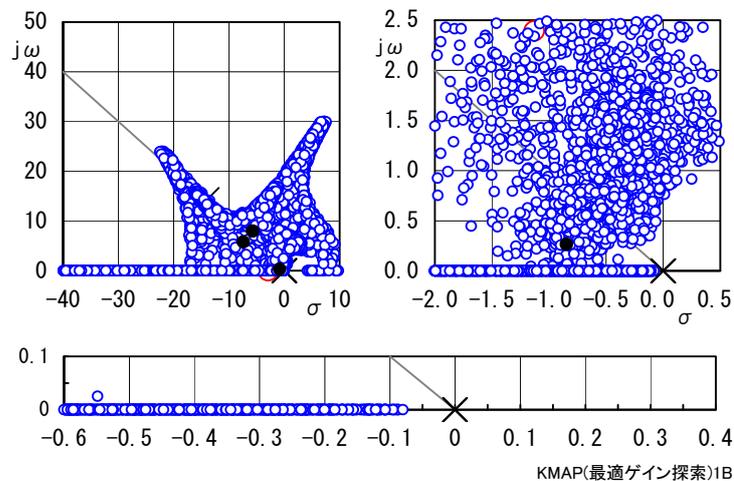


図 3.1 最適ゲイン探索

(EIGE.ホバリング(状態 FB6A).Y170905.DAT)

ここで，探索された最適ゲインを用いて，根軌跡を表示すると図 3.2 のようになる．極が安定となっている(小さな青色の○印)ことがわかる．なお，小さな緑色の□印はゲインを 2 倍にした場合で，虚軸近くに極がくることから，ゲイン余裕が 6dB 程度あることを示している．

図 3.3 は、外乱応答 θ/w の極・零点配置である．原点にあった極は安定側に移動し、しかも振動極は左半面 45° ラインの近くあり、非常に安定な配置になっていることがわかる．

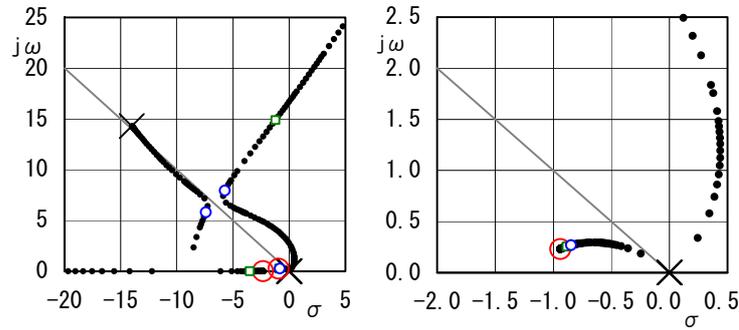


図 3.2 根軌跡

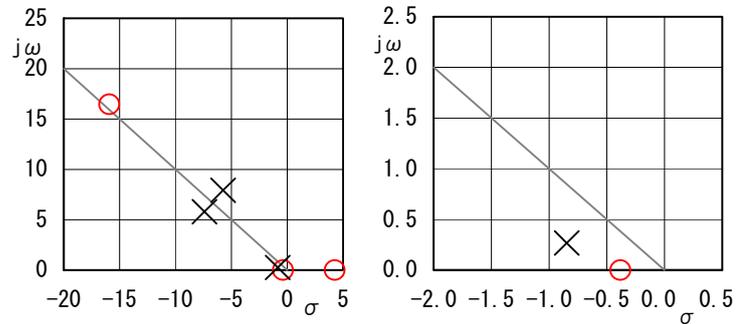


図 3.3 θ/w の極・零点配置

図 3.4 は、 θ/w のゲインと位相である．角度 θ のゲインは設定した通り 5dB 以下になっていることが確認できる．

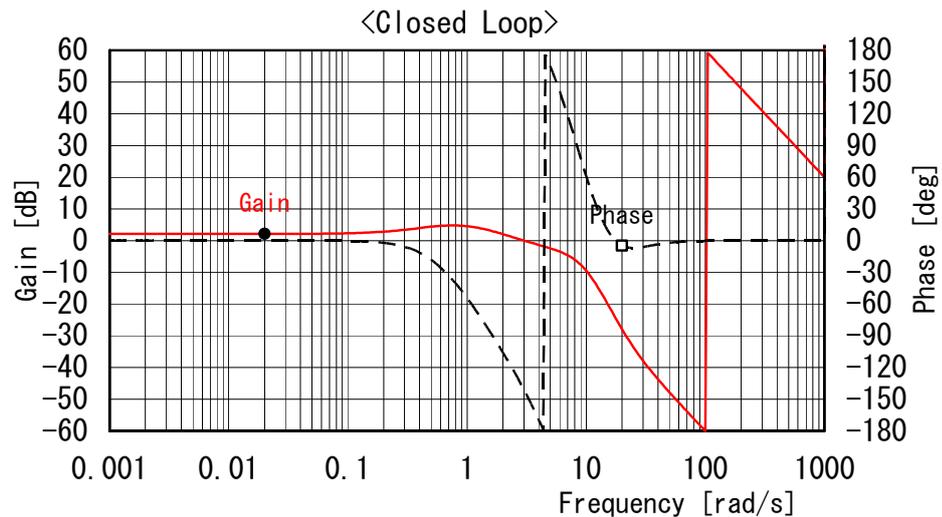


図 3.4 θ/w のゲインと位相

図 3.5 は、外乱入力時のシミュレーションである。外乱から姿勢角応答の H_∞ ノルムを 5dB 以下に設定した結果、図 2.6 に比較して飛行体の角度 θ の変動量は小さくなっていることがわかる。

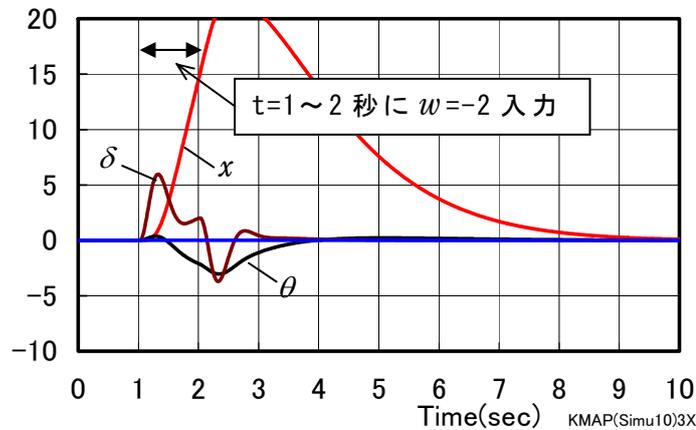


図 3.5 外乱入力シミュレーション
($w=1$ あたり $\dot{\theta}=-10\text{deg/s}^2$ の外乱)

4. 多目的飛行制御設計(その 3)

図 4.1 に示すように、入力端に乘法的誤差がある場合のホバリング飛行体の制御系について考える。

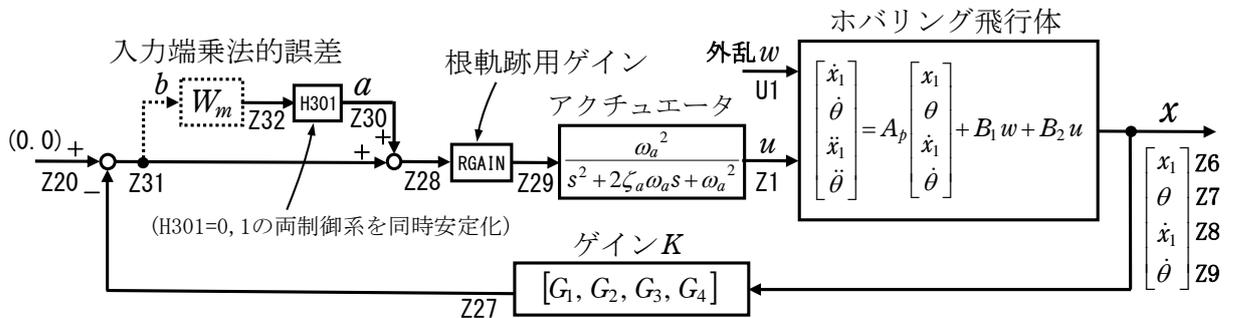


図 4.1 入力端誤差がある場合のホバリング飛行体の制御系

ここで、入力端乗法的誤差としては、ホバリング飛行体が弾性体で $5(\text{rad/s})$ の周波数にてゲインが $6(\text{dB})$ 増加すると仮定して、次のようなノッチフィルタとする。

$$W_m(s) = \frac{s^2 + 2(1.0)(5)s + 5^2}{s^2 + 2(0.5)(5)s + 5^2} \quad (4.2)$$

この入力端誤差モデルの周波数特性を図 4.2 に示す。

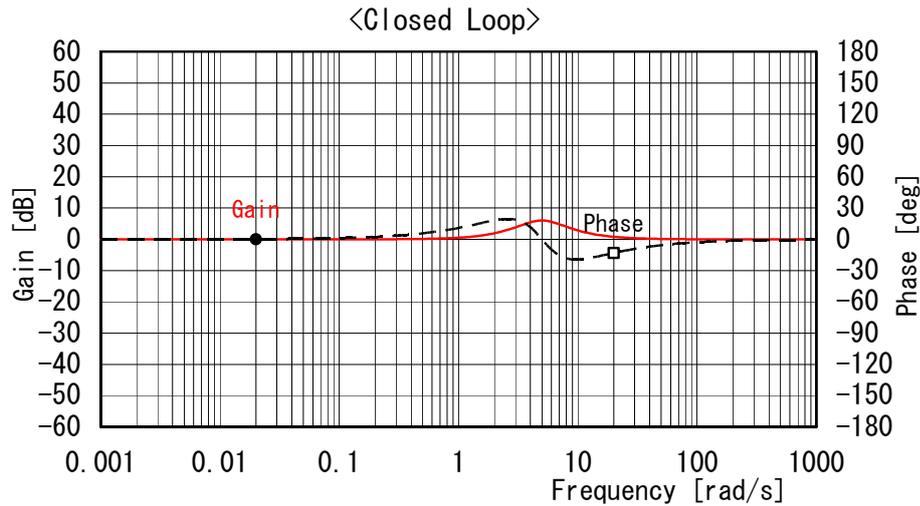


図 4.2 入力端誤差モデル W_m の周波数特性
(EIGE. ノッチフィルタ 2. Y130317. DAT)

まず, 多目的飛行制御設計(その 1)で求めた制御系(図 3.2 および図 3.3 参照)に対して, この入力端誤差が加わった場合, どの程度影響があるのかをみた結果が図 4.3 および図 4.4 である. ノミナル制御系(ゲインが 1)では極が右半面に移動して不安定になっていることがわかる.

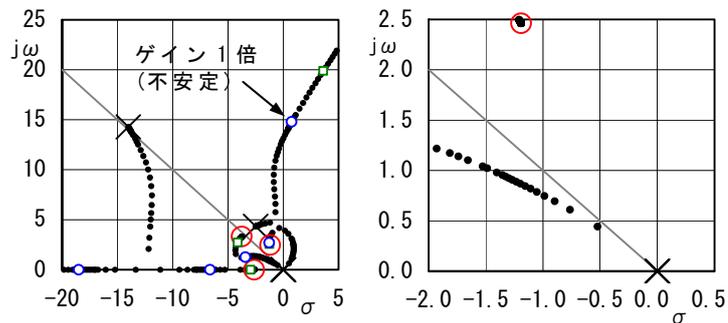


図 4.3 根軌跡(乗法的誤差の影響)
(EIGE. ホバリング(状態 FB7A). Y170906. DAT)

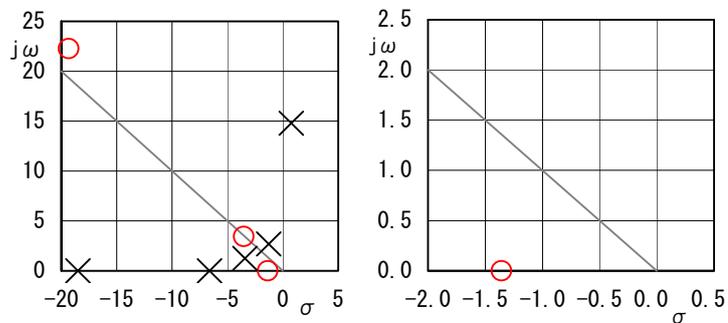


図 4.4 θ/w の極・零点配置(乗法的誤差の影響)

このように, 多目的飛行制御設計(その 1)で求めた安定な制御系も, 図 4.2 の入力端誤差モデルを追加すると不安定となることが明らかとなった.

そこで、図 4.1 に示した入力端誤差を考慮した制御系について、制御系の設計目的として次を考える。

設計目的①：アクチュエータを考慮する
 設計目的②：入力端乗法的誤差を考慮した場合としない場合の両方を振動極のダンピング 0.01 以上で安定化する。

KMAP ゲイン最適化の結果、次のようにフィードバックゲインが求められる。

$$G_1 = -0.6186 \text{ [deg/m]}, \quad G_2 = -4.482 \text{ [deg/deg]}$$

$$G_3 = -0.6849 \text{ [deg/(m/s)]}, \quad G_4 = -1.737 \text{ [deg/(deg/s)]}$$

図 4.5 は、極の存在範囲である。図中の●の点が最適な極位置を表す。

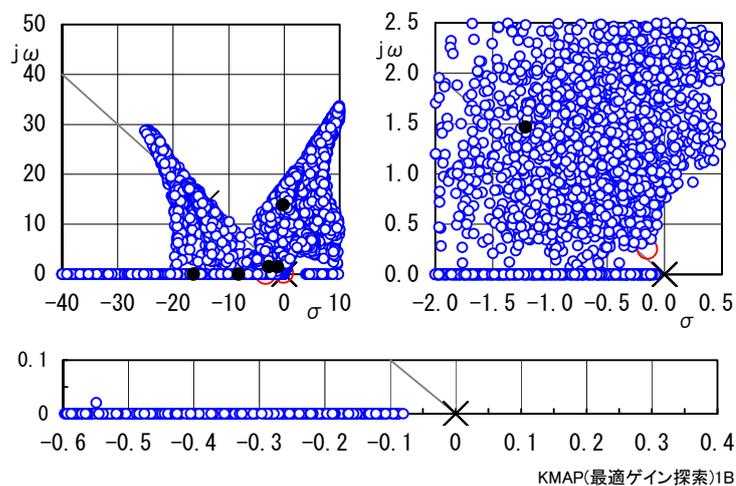


図 4.5 乗法的誤差有りとなしの同時最適ゲイン探索

(EIGE.ホッピング(状態 FB22A).Y170906.DAT)

ここで探索された最適ゲインを用いて、入力端乗法的誤差 W_m がある場合の根軌跡を表示すると図 4.6 のようになる。極が安定となっている(小さな○印)ことがわかる。

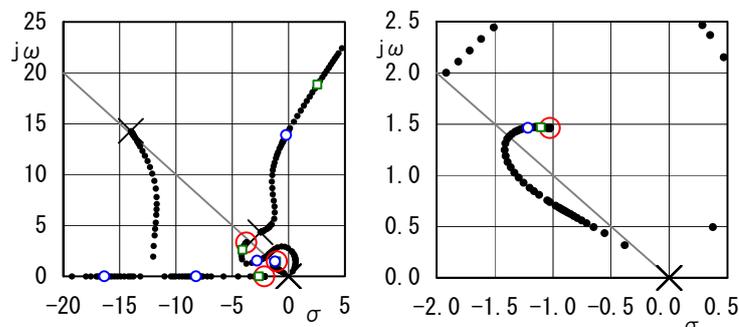


図 4.6 根軌跡(乗法的誤差有り)

(EIGE.ホッピング(状態 FB22A).Y170906.DAT でキーシン 1)

図 4.7 は、入力端乗法的誤差 W_m がある場合の θ/w の極・零点配置である。振

動極の内，最もダンピングの弱い極のダンピングは 0.015 であり，設計目的②のダンピング 0.01 以上の仕様を満足している。

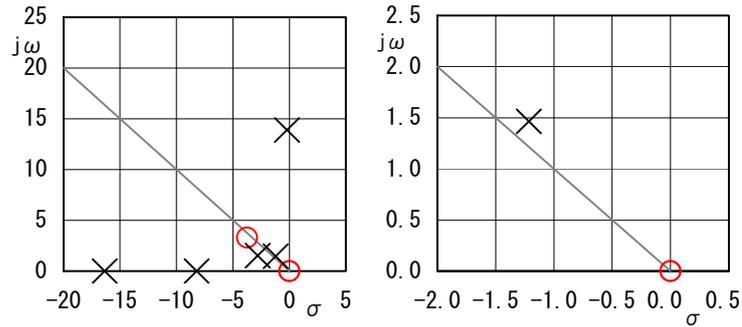


図 4.7 θ/w の極・零点配置(乗法的誤差有り)

図 4.8 は，入力端乗法的誤差 W_m がある場合の外乱入力時のシミュレーションである．推力ベクタリング角 δ は振動しているが，飛行体の角度 θ の変動量は小さく，安定であることがわかる．

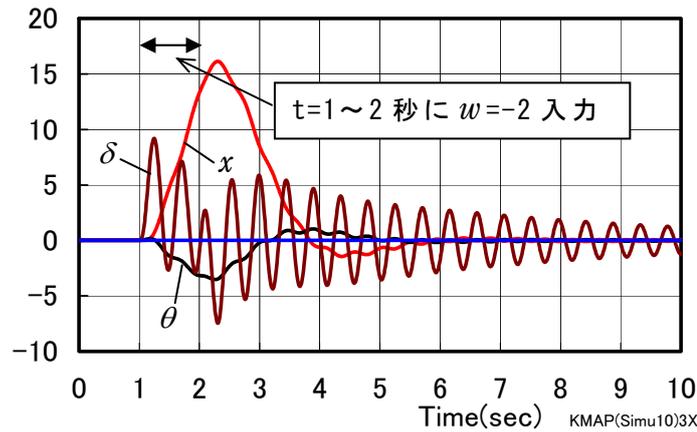


図 4.8 外乱入力シミュレーション(乗法的誤差有り)
($w=1$ あたり $\dot{\theta}=-10\text{deg/s}^2$ の外乱)

図 4.9 は，入力端乗法的誤差 W_m がある場合の外乱入力に対する姿勢角の周波数特性である．14(rad/s)付近で鋭いゲインのピークがあることがわかる．

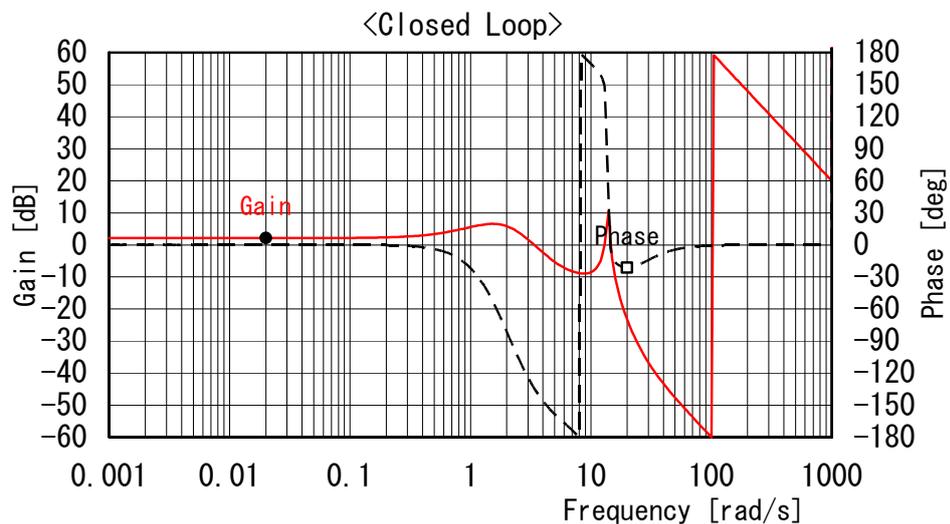


図 4.9 θ/w のゲインと位相

一方，入力端乗法的誤差がないときの根軌跡を図 4.10 に， θ/w の極・零点配置を図 4.11 に示す．振動極は左半面 45° ライン上に非常に安定な位置に移動していることがわかる．

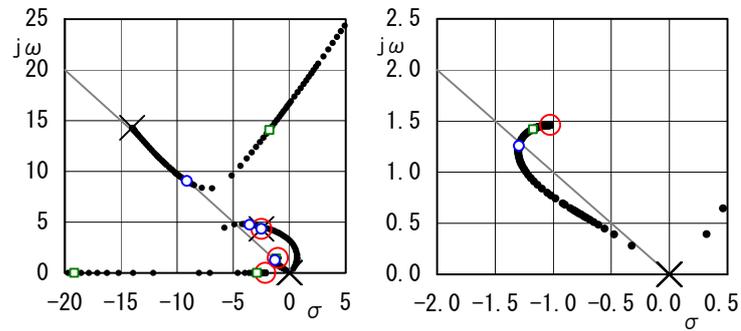


図 4.10 根軌跡(乗法的誤差なし)

(EIGE. ホバリング(状態 FB22A). Y170906. DAT でキーシン 2)

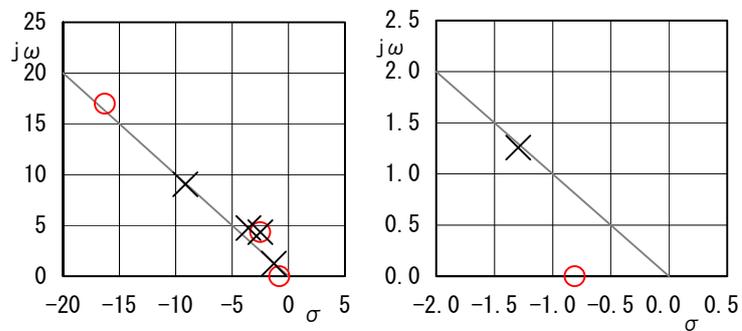


図 4.11 θ/w の極・零点配置(乗法的誤差有り)

図 4.12 は，入力端乗法的誤差がない場合の外乱入力シミュレーションの結果であるが，十分安定であることがわかる．

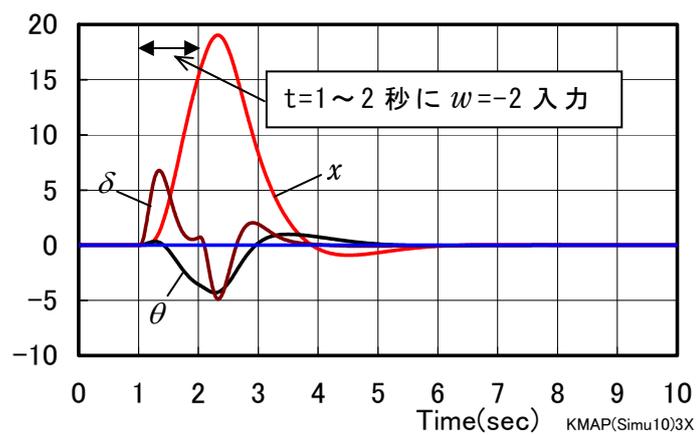


図 4.12 外乱入力シミュレーション(乗法的誤差なし)
($w=1$ あたり $\dot{\theta}=-10\text{deg/s}^2$ の外乱)

ここで紹介したKMAPゲイン最適化の方法を用いると、 H_∞ ノルムはを指定して制御系を安定化したり、入力端乗法的誤差がある場合も安定化するなど、制御系のフィードバックゲインが直接的に簡単に実現できることがわかる。

参考文献

- 1) 片柳亮二：例題で学ぶ航空制御工学，技報堂出版，2014.
- 2) 片柳亮二：Z接続法ゲイン最適化による飛行制御系設計，日本航空宇宙学会，第51回飛行機シンポジウム，2013年11月.
- 3) 片柳亮二：Z接続法ゲイン最適化による内部モデル制御を用いたピッチ角制御系，日本航空宇宙学会，第51回飛行機シンポジウム，2013年11月.
- 4) ホームページ <http://r-katayanagi.air-nifty.com/>

以上